

**Anwendung der Verfahrensbibliothek
zur Versuchsplanung mit CADEMO und -auswertung mit SAS
als ein neues „Statistik Kochbuch“**

Ellen Peter, Kerstin Schmidt
BIORAT GmbH, J.- Jungius Str. 9, 18059 Rostock, Germany
Tel. +49-381-40 59 611, Fax: +49-381-40 59 200, e-mail: Kerstin.Schmidt@rostock.netsurf.de

Einleitung

Die Verfahrensbibliothek Versuchsplanung und -auswertung soll die Versuchsansteller befähigen, Versuche und deren statistische Auswertung effizient zu planen; sie soll außerdem den Statistikern, die in Produktions- und Forschungseinrichtungen tätig sind, helfen, die Beratung der Wissenschaftler und Praktiker rationell durchzuführen. Die Verfahrensbibliothek ist in allen Wissenschafts- und Wirtschaftsgebieten einsetzbar, in denen Experimente und Erhebungen zur Erkenntnisgewinnung erforderlich sind. Außerdem sind Verfahren für Erhebungen (Stichprobenverfahren) enthalten

Zur Lösung einer konkreten Fragestellung gibt die Verfahrensbibliothek Hinweise bei

- der Auswahl eines geeigneten statistischen Modells,
- der Planung des durchzuführenden Versuches und
- der statistischen Verarbeitung des erhobenen Datenmaterials.

In vielen Fällen kann die Versuchsplanung mit dem Programm CADEMO durchgeführt werden bzw. werden Hinweise gegeben, wie die Auswertung mit SAS erfolgen kann.

Im Anschluß an die meisten Verfahren gibt es konkrete „Zahlenbeispiele“, an dem die Vorgehensweise noch einmal verdeutlicht werden soll.

An Hand ausgewählter Beispiele soll in diesem Vortrag die Verwendung der Verfahrensbibliothek erläutert werden:

- Unterstützung bei der Modellwahl
- Versuchsplanung mit CADEMO
- Auswertung mit SAS

Aufbau und Inhalt der Verfahrensbibliothek

Die Verfahrensbibliothek Versuchsplanung und -auswertung ist eine Sammlung von Verfahren von allgemeiner Verwendbarkeit für

- die Formulierung der Versuchsfrage,
- die Planung der Struktur des Versuches,
- die Planung des Umfangs des Versuches,
- die Modellwahl für die Beobachtungen,
- die Planung der Auswertung des Versuches,
- die Durchführung der Auswertung des Versuches.

Die Verfahrensbibliothek ist in mehrere Hierarchien gegliedert :
 Das Schlüsselsystem gliedert das Gesamtsystem in sechs Komplexe und diese in Teilkomplexe.
 Die Übersichtsverfahren ordnen die einzelnen Verfahren eines Teilkomplexes.

Schlüsselsystem		BAND I				
1	Allgemeine Grundlagen	1	Präzisierung der Versuchsfrage	1/11		
		2	Versuchsanlagen, Randomisation	1/21		
		3	Erhebungen	1/31		
		4	Theoretische Verteilungen	1/41		
		5	Tabellen und Formeln	1/51		
		6	Tabellen der Varianzanalyse	1/61		
2	Daten-aufbereitung	1	Herstellung von Dateien, Häufigkeitsverteilungen und graphischen Darstellungen	2/11		
		2	Ausreißertests, Fehlerkontrolle	2/21		
		3	Maßzahlen der Lage	2/31		
		4	Maßzahlen der Streuung	2/41		
		5	Momente, Schiefe, Exzeß und weitere Maßzahlen	2/51		
3	Schätzungen, Tests und Auswahlverfahren	1	Verteilungen	1	Schätzungen	3/11
			2	Tests	3/12	
			3	Toleranzintervalle	3/13	
		2	Lageparameter	1	Schätzungen - Einstichprobenproblem	3/21
				2	Tests - Einstichprobenproblem	3/22
				3	Schätzungen - Zweistichprobenproblem	3/23
				4	Tests - Zweistichprobenproblem	3/24
				5	Schätzungen - Mehrstichprobenproblem	3/25
				6	Multiple Vergleiche	3/26
				7	Auswahlverfahren	3/27

Schlüsselsystem		BAND II				
3	Schätzungen, Tests und Auswahlverfahren	3	Varianzen, Kovarianzen und Skalenparameter	1	Schätzungen	3/31
				2	Tests, multiple Vergleiche	3/32
				3	Auswahlverfahren	3/33
		4	Varianzanalyse	1	Beurteilung von festen Effekten	3/41
				2	Beurteilung von Varianz- und Kovarianzkomponenten	3/42
				3	Vorhersage zufälliger Effekte	3/43
		5	Variationskoeffizient, Schiefe, Exzeß und weitere Parameter			3/51
		6	Wahrscheinlichkeiten - Kontingenztafeln	1	Schätzungen	3/61
				2	Tests	3/62
				3	Auswahlverfahren	3/63
4	Analyse von Zusammenhängen und Abhängigkeiten	1	Qualitative Merkmale - Kontingenztafeln		4/11	
		2	Qualitative und quantitative Merkmale		4/21	
		3	Quantitative Merkmale	1	Lineare Regression Modell I	4/31
				2	Lineare Regression Modell II	4/32
				3	Quasilineare Regression	4/33
				4	Wirkungsflächen	4/34
				5	Eigentlich nichtlineare Regression	4/35
		4	Zeitreihen	1	Schätzungen	4/41
				2	Tests	4/42
		5	Verallgemeinerte lineare Modelle		4/51	
5	Mehrdimensionale Verfahren	1	Schätzungen		5/11	
		2	Tests		5/21	
		3	Diskriminanzanalyse		5/31	
6	Spezielle Anwendungen	1	Präklinische und klinische Studien		6/11	
		2	Epidemiologische Studien		6/21	
		3	Lebensdaueranalyse und Erneuerungsprobleme		6/31	
		4	Statistische Genetik		6/41	
		5	Landwirtschaftliche Feldversuche		6/51	
		6	Räumliche Statistik		6/61	

Die allgemeine Gliederung eines Verfahren besteht aus

- **Titel und Verfahrensnummer**
- **Problemstellung** (einschließlich Modellvoraussetzungen)
- **Bemerkungen**, einschließlich der Voraussetzungen für die Anwendung (Hinweise auf Robustheit und Approximationsmöglichkeiten),
- **Lösungsweg**,
- **Literaturangaben**,
- **Beispiel** (mit Softwarehinweisen und ein oft mit CADEMO und SAS durchgerechnetes Beispiel).

Beweise und Ableitungen wurden nicht mit in die Verfahren aufgenommen. Für Interessenten wird auf die Quellen verwiesen.

I. BEISPIEL

I.1 Problemstellung

Bei einem Kraftstofftest sollen $a = 5$ verschiedene Mineralölkonzerne miteinander hinsichtlich ihrer Kraftstoffqualität auf Grund der km-Weitreiche mit einer Tankfüllung verglichen werden. Aus einem Vorversuch ist bekannt, daß das Modell angenähert normalverteilt ist und Varianzhomogenität angenommen werden kann. Es liegt der Schätzwert $s = 29$ vor. Der Vergleich soll bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0,05$ (versuchsbezogenes Risiko 1.Art) durchgeführt werden. Eine Differenz zwischen den (wahren) Mittelwerten größer als $d = 60$ soll bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit $1 - \beta_0 = 0,7$ (vergleichsbezogenes Risiko 2.Art) erkannt werden

I.2 Auswahl des Verfahrens aus der Verfahrensbibliothek

Auswahl des Verfahrens : - Verfahren des Teilkomplexes **3/26: Multiple Vergleiche**
- in **3/26/0000** Abbildung 1: Entscheidung für Verfahren **1121**

3/26/1121 Vergleich von a Mittelwerten aus Normalverteilungen mit gleichen, unbekanntem Varianzen bei versuchsbezogenem Risiko 1. Art und vergleichsbezogenem Risiko 2. Art (Newman-Keuls-Test, Tukey-Test).

I.3. Versuchsplanung

- Fragestellung

Anhand von Zufallsvariablen $(\underline{y}_{i1}, \underline{y}_{i2}, \dots, \underline{y}_{in_i})$ zu den unabhängigen Zufallsvariablen \underline{y}_i ($i = 1, 2, \dots, a$) soll die Nullhypothese

$$H_{0_{ij}}: \mu_i = \mu_j$$

gegen die Alternativhypothese

$$H_{A_{ij}}: \mu_i \neq \mu_j$$

für alle Paare $i, j (i \neq j)$ bei vorgegebener Schranke α für das (teil-) versuchsbezogene bzw. multiple Risiko erster Art getestet werden.

? Wie groß sind die Stichprobenumfänge n_i bei vorgegebenem α zu wählen, daß die vergleichsbezogenen Risiken zweiter Art als Funktion von $\mu_i - \mu_j$ für $|\mu_i - \mu_j| \geq d$ ein vorgegebenes β_0 nicht überschreitet?

Wir wählen $n_i = n$, wobei n aus Formel

$$n = g(n, \sigma) = \left\lceil 2 \frac{\sigma^2}{d^2} \left\{ \frac{q[a; a(n-1); 1-\alpha]}{\sqrt{2}} + t[a(n-1); 1-\beta_0] \right\}^2 \right\rceil \quad (\text{I.1})$$

iterativ zu bestimmen ist.

Dabei ist: $-q(k; f; P)$ das Quantil der studentisierten Spannweite (Tabelle 1/51/2010)

$-t(f; P)$ das t-Quantil (Tabelle 1/51/0022)

- Lösungsweg

Mit einem beliebigen Anfangswert $n^{(0)}$, z.B. $n^{(0)} = 9$, erhält man durch Iteration

$$\begin{aligned} n^{(0)} &= 9 \\ n^{(1)} &= \left\lceil 0,4672 \left(\frac{4,039}{\sqrt{2}} + 0,529 \right)^2 \right\rceil = \lceil 5,35 \rceil = 6 \\ n^{(2)} &= \left\lceil 0,4672 \left(\frac{4,16}{\sqrt{2}} + 0,531 \right)^2 \right\rceil = \lceil 5,63 \rceil = 6. \end{aligned}$$

Der gesuchte Stichprobenumfang ist $n = 6$.

- CADEMO

Mit den entsprechenden Vorgaben liefert CADEMO gemäß dem folgenden Schema

CADEMO-Modul	MIWA
Menüpunkte	- Test - $k > 2$ Mittelwerte - untereinander...
Dialogfenster	Test von k Mittelwerten untereinander
Einstellungen	Art der Risiken : Risiko 1.Art versuchsbezogen, Risiko 2.Art vergleichsbezogen

einen analogen Versuchsplan.

I.4. Auswertung

- Meßwerte

Der anschließend durchgeführte Versuch führte zu folgenden Ergebnissen:

Mineralölkonzern					
Auto	I	II	III	IV	V
1	529	505	537	619	565
2	508	521	569	632	596
3	501	560	499	644	631
4	534	516	501	638	667
5	510	598	506	623	613
6	504	552	600		580
n_i	6	6	6	5	6
\bar{y}_i	514,3	542,0	535,3	631,2	608,7
$\bar{y}_{(1)} = 514,3$	$\bar{y}_{(2)} = 535,3$	$\bar{y}_{(3)} = 542,0$	$\bar{y}_{(4)} = 608,7$	$\bar{y}_{(5)} = 631,2$	

$$s^2 = 954,4 \quad s = 30,9 \quad \text{Freiheitsgrade: } 24$$

- Lösungsweg

Anhand der Vorgehensweise des Verfahrens können nun die Berechnungen für den Newman-Keuls-Test durchgeführt oder SAS verwendet werden.

? Wie ist der Test bei versuchsbezogenem α durchzuführen?

Die Stichprobenmittel

$$\bar{y}_{(i)} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$$

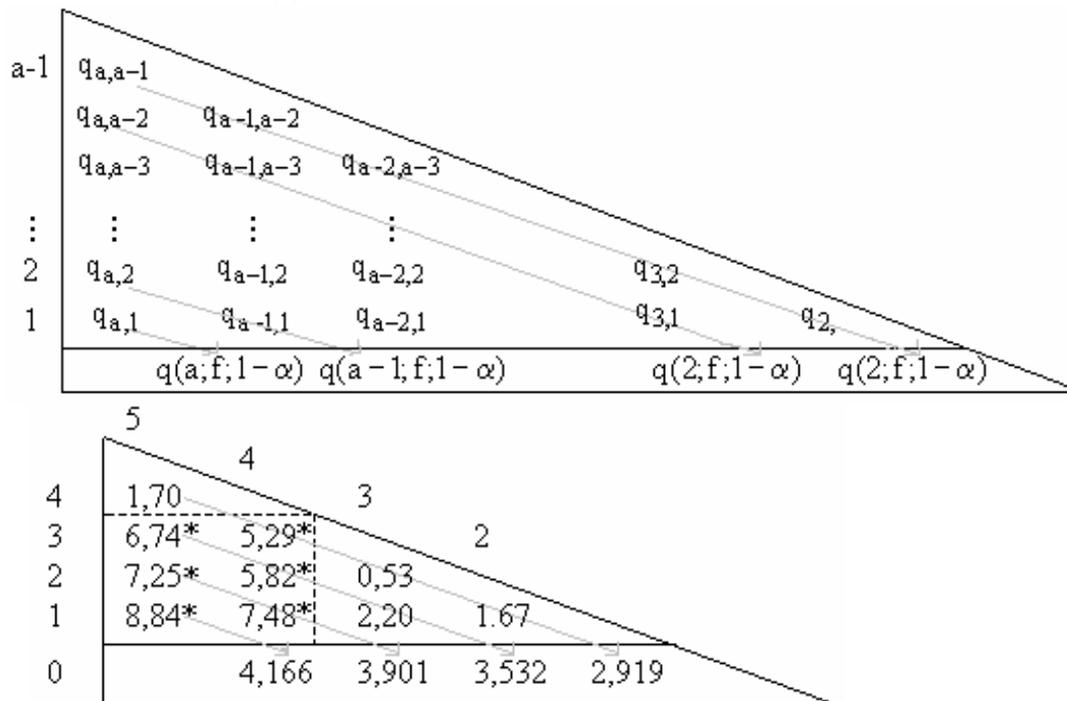
werden berechnet und der Größe nach geordnet: $\bar{y}_{(1)} \leq \bar{y}_{(2)} \leq \dots \leq \bar{y}_{(a)}$.

$$\bar{y}_{(1)} = 514,3 \leq \bar{y}_{(2)} = 535,3 \leq \bar{y}_{(3)} = 542,0 \leq \bar{y}_{(4)} = 608,7 \leq \bar{y}_{(5)} = 631,2$$

Es wird $s^2 = 954,4$ als Restvarianz einer einfachen Varianzanalyse bestimmt und das folgende Differenzenschema berechnet:

	$\bar{y}_{(a)}$				
		$\bar{y}_{(a-1)}$			
$\bar{y}_{(a-1)}$	$\bar{y}_{(a)} - \bar{y}_{(a-1)}$				
$\bar{y}_{(a-2)}$	$\bar{y}_{(a)} - \bar{y}_{(a-2)}$	$\bar{y}_{(a-1)} - \bar{y}_{(a-2)}$			
\vdots	\vdots	\vdots			
$\bar{y}_{(2)}$	$\bar{y}_{(a)} - \bar{y}_{(2)}$	$\bar{y}_{(a-1)} - \bar{y}_{(2)}$	\dots		$\bar{y}_{(2)}$
$\bar{y}_{(1)}$	$\bar{y}_{(a)} - \bar{y}_{(1)}$	$\bar{y}_{(a-1)} - \bar{y}_{(1)}$	\dots		$\bar{y}_{(2)} - \bar{y}_{(1)}$
	631,2	608,7	542,0	535,3	
608,7	22,5				
542,0	89,2	66,7			
535,3	95,9	73,4	6,7		
514,3	116,9	94,4	27,7	21,0	

Das dem Differenzenschema entsprechende Schema der Prüfwahlen $q_{k,m} = \frac{\bar{y}_{(k)} - \bar{y}_{(m)}}{s} \sqrt{2 \cdot \frac{n_{(k)} n_{(m)}}{n_{(k)} + n_{(m)}}}$ wird aufgestellt und um die Zeile der zu den Schräglinien gehörenden Quantile $q(k - m + 1; f; 1 - \alpha)$ der studentisierten Spannweite ergänzt (aus Tabelle 1/51/2010), mit $f = \sum_{i=1}^a n_i - a = 24$.



Signifikante Differenzen wurden durch einen Stern gekennzeichnet.

Für den Tukey-Test müßten alle studentisierten Spannweiten $q_{k,m}$ mit $q(5;24;0,05) = 4,166$ verglichen werden. In diesem Fall ergeben sich für die gleichen Differenzen signifikante Unterschiede.

- SAS

Zur Auswertung mit SAS möge eine SAS-Datei **sas1** existieren, die unter der Variablen **f_nr** die Nummer des Mineralölkonzerns und unter der Variablen **y** den Meßwert der km-Reichweite enthält.

SAS-Programm

```
proc glm ;
class f_nr;
model y=f_nr;
means f_nr /snk;
run;
```

SAS-Ausgabe Newman-Keuls-Test (gekürzt)

```

General Linear Models Procedure

Class Level Information
Class      Levels      Values
F_NR      5      1 2 3 4 5
Number of observations in data set = 29

Student-Newman-Keuls test for variable: Y

NOTE: This test controls the type I experimentwise
      error rate under the complete null hypothesis
      but not under partial null hypotheses.

Alpha= 0.05  df= 24  MSE= 954.3667
WARNING: Cell sizes are not equal.
Harmonic Mean of cell sizes= 5.769231

Number of Means      2      3      4      5
Critical Range  37.540733  45.423665  50.176921  53.585953

Means with the same letter are not significantly different.

SNK Grouping      Mean      N  F_NR
      A      631.20      5  4
      A      608.67      6  5
      B      542.00      6  2
      B      535.33      6  3
      B      514.33      6  1

```

Die Mineralölkonzerne 4 und 5 sowie Mineralölkonzerne 1,2 und 3 bilden jeweils eine Gruppe innerhalb der jeweils die Nullhypothese anzunehmen ist. Für Paare von Mittelwerten aus verschiedenen Gruppen ist die Alternativhypothese anzunehmen.

Dabei gilt für die Werte in der Zeile **Critical Range**

$$CR_{(k)} = q(k; f; 1 - \alpha) \cdot s / \sqrt{n^*} \quad k = 2, \dots, a, \text{ mit } n^* = \text{Harmonic Mean of cell sizes.}$$

Literatur

- Rasch, D.; Herrendörfer, G.; Bock, J.; Victor, N.; Guiard, V. (1996) *Verfahrensbibliothek Versuchsplanung und -auswertung*, Band I. Oldenbourg Verlag München Wien.
- Rasch, D.; Guiard, V.; Nürnberg, G. (1992) *Statistische Versuchsplanung und -Einführung in die Methoden und Anwendung des Dialogsystems CADEMO*. Fischer Verlag, Stuttgart - Jena - New York.
- SAS/STAT User's Guide. Version 6, Fourth Edition, Volume 1+2, (1993). SAS Institute Inc., Cary, NC
- SAS/STAT Software: Changes and Enhancements through Release 6.11 (1996). SAS Institute Inc., Cary, NC, USA.