

Strategie der statistischen Versuchsmethodik.

Ein anschaulicher Experimentalvortrag mit Flugobjekten.

Kai Brudermann
Fa. Freudenberg Forschungsdienste KG
69465 Weinheim
kai.brudermann@freudenberg.de

Zusammenfassung

Die statistische Versuchsmethodik sollte im Computerzeitalter zu den Kulturtechniken wie Lesen oder Rechnen gehören. Eine Ursache für ihr bisheriges Schattendasein ist die Diskrepanz zwischen den Mathematikern einerseits, die die Methoden und Strategien der statistischen Versuchsmethodik durchschauen aber kaum eine Anwendung kennen und den Praktikern andererseits, die diese Techniken bei ihrer täglichen Arbeit gut einsetzen können, diese aber nicht brauchbar genug verstehen.

An einem komplexen, schnellen und trotzdem einleuchtenden Beispiel wird der Weg von der Problemanalyse über die Versuchsplanung und –Realisierung zur Modellierung und Optimierung mit anschließender Validierung aufgezeigt.

Jedes Prozessverständnis steht auf zwei Beinen: Nachdenken und Beobachten. Das Nachdenken kann Ihnen die Statistik nicht abnehmen. Das beobachten wird durch die Techniken der statistischen Versuchsmethodik (SVM) extrem effektiv unterstützt. So muss man sich die Frage stellen: Wehalb werden diese Methoden nicht bedeutend öfter in Wissenschaft, Forschung, Entwicklung und Produktion eingesetzt? Ich denke dieser Zustand hat drei Ursachen:

Eine statistische Betrachtungsweise kann nur sinnvoll mit PC-Unterstützung eingesetzt werden. Bezahlbare und benutzbare Computer stehen dem Anwender erst seit ca. 10 Jahren zur Verfügung.

Um mit Computern sinnvoll umgehen zu können, muss der Anwender diese genau so einsetzen können, wie Bleistift und Papier. Dazu ist breitbandig erst die jetzt herangewachsene Generation in der Lage.

Die Möglichkeiten der SVM sind noch zu wenig bekannt und werden noch von zu wenigen geglaubt. Das liegt zum Teil daran, dass eine Interpretation der Ergebnisse fast immer erst nach Vorliegen aller Messwerte mit geeigneter Software möglich ist.

Dieser Vortrag soll an einem Beispiel zeigen, wie effektiv die statistische Versuchsmethodik (SVM) zur Lösung eines komplexen Problems einsehbar eingesetzt werden kann.

Im elektronischen Handbuch des **SAS-Programms JMP** findet sich unter dem Stichwort DOE-Introduction die grundlegende Vorgehensweise:

Describe=>Design=>Collect=>Fit=>Predict

Der erste Schritt der Beschreibung (Describe) ist immer eine Problemanalyse. Hier werden die Antworten auf die vier Fragen ermittelt:

1. Was will ich (Ziele) ?
2. Was weiß ich (Kenntnisse) ?
3. Was kann Ich (Möglichkeiten) ?
4. Was mache ich (Vorgehensweise) ?

Nach dieser Strategie soll nun in unserem Beispiel vorgegangen werden.

Flugverhalten eines Papierfliegers

1) Ziele

Als Ziel wurde die Optimierung der Flugweite eines Papierfliegers ausgewählt.

Dieser Prozess ist komplex, denn das Flugverhalten so eines Fliegers hängt von zahlreichen Eigenschaften des Fliegers und den Startbedingungen ab.

Das Prozessverhalten ist einsichtig, denn Flugweite kann einfach und direkt beobachtet werden. Die Startbedingungen können mit einem Gummikatapult kontrolliert werden.

2) Möglichkeiten

Als Versuchsplan wurde ein Plackett-Burman-Versuchsplan mit 7 Einstellgrößen sowie 8+1 Versuchen ausgewählt.

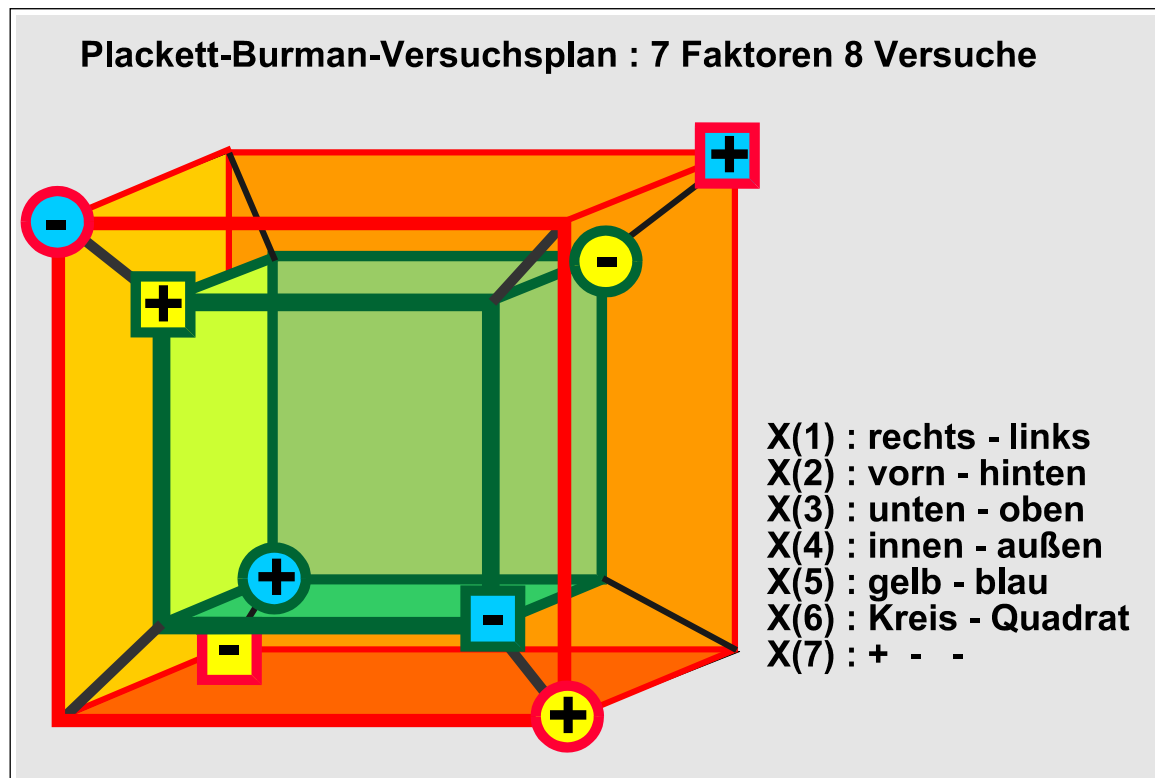


Bild 01

Solche Versuchspläne werden von vielen Softwares unterstützt. (SAS JMP, Statistica, Modde u.s.w.)

Hier wurde das Programm Statistica wegen seiner besonders guten graphischen Möglichkeiten eingesetzt.

3) Wissen

Ohne Basiswissen kann statistische Versuchsmethodik (SVM) nicht eingesetzt werden. In diesem Beispiel nutzen wir die bekannten Eigenschaften eines Flugzeugs aus. (Bild 02)

Ein Flugzeug besteht aus:

Rumpf
Tragflächen und
Leitwerken.

Sein Flugverhalten wird durch seine

Startbedingungen und

Durch die Lage seines Schwerpunktes bestimmt.

Die Flugweite kann am einfachsten bestimmt werden.

4) Vorgehen

Wir wählen folgende 7 Einstellgrößen zur Entwicklung eines Versuchsplans aus:

4.1) Entwurf eines Versuchsplans

Rumpflänge = konstant

Seitenleitwerk = konstant

Abflughöhe = konstant

X1 : Breite(Tragflügel)	BTR	5,5	6,0	cm
X2 : Spannweite (Tragflügel)	RTR	10	20	cm
X3 : Anzahl der Münzen im Cockpit Zur Veränderung des Schwerpunktes	NMZ	1	3	-
X4 : Anstellwinkel(Tragflügel)	WTR	5	10	mm
X5 : Anstellwinkel(Höhenleitwerk)	WHL	0	10	mm
X6 : Federweg des Gummikatapults	XKT	3	5	cm
X7 : Breite(Höhenleitwerk)	BHL	3	4	cm

Als Zielgröße für das Flugverhalten wählen wir die erreichte Flugweite (Position der Flugzeugnase nach Landung)

Z1 : Flugweite

WFLG	cm
------	----

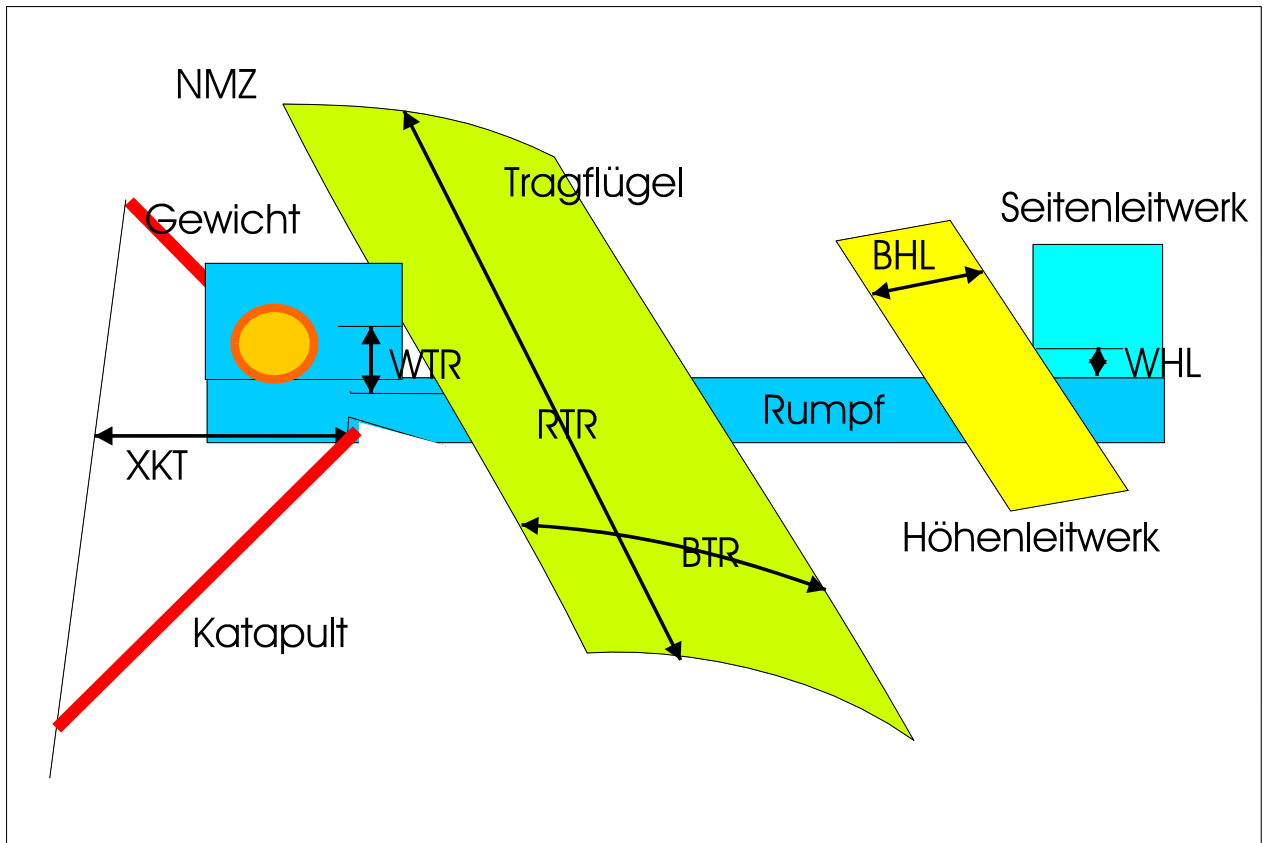


Bild 02

Nach diesen Vorgaben lässt sich ein Versuchsplan mit 8 Eckpunkten und einem Zentralpunkt entwickeln:

Data: Flieger03.STA 10v * 10c										
NUM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VAL	LNR	BTR	RTR	NMZ	WTR	WHL	XKT	BHL	W_FLUG	VAR10
1	1,000	5,500	10,000	1,000	10,000	10,000	5,000	3,000	140,000	
2	2,000	6,000	10,000	1,000	5,000	5,000	5,000	4,000	100,000	
3	3,000	5,500	20,000	1,000	5,000	10,000	3,000	4,000	150,000	
4	4,000	6,000	20,000	1,000	10,000	5,000	3,000	3,000	80,000	
5	5,000	5,500	10,000	3,000	10,000	5,000	3,000	4,000	25,000	
6	6,000	6,000	10,000	3,000	5,000	10,000	3,000	3,000	50,000	
7	7,000	5,500	20,000	3,000	5,000	5,000	5,000	3,000	90,000	
8	8,000	6,000	20,000	3,000	10,000	10,000	5,000	4,000	110,000	
9	9,000	5,750	15,000	2,000	8,000	8,000	4,000	3,500	100,000	
10	10,000									

Bild 03

Damit ist der Punkt (Design) abgeschlossen.

4.2) Realisation und Dokumentation des Versuchsplans

Dieser Versuchsplan muss nun realisiert und dokumentiert werden. Dazu eignet sich besonders gut eine wie in Bild 03 gezeigte Urliste. In diese sind die Flugweiten der 9 versuche einzutragen. Damit haben wir auch den Punkt (Collect) ausgeführt.

4.3) Modellentwicklung

4.3.1) Voraussetzungen

Als nächstes steht der Punkt (Fit) auf der Liste. Diese Aufgabe ist immer die schwierigste. Sie soll hier nur ganz kurz gestreift werden.

Für einen Fit (Anpassung) sind immer drei Voraussetzungen erforderlich :

Eine brauchbare Datensammlung. Dies hat der Versuchsplan, seine Realisation und Dokumentation geleistet.

Einen brauchbaren Anpassungsalgorithmus. Den stellt uns eine geeignete Software zur Verfügung (z.B. **SAS – JMP**, Statistica oder Modde)

Ein geeigneter Modellansatz. Hier wählen wir den einfachsten Ansatz:

$$Z1 = a0 + a1 * X1 + a2 * X2 + a3 * X3 + a4 * X4 + a5 * X5 + a6 * x6 + a7 * x7$$

4.3.2) Anpassung

Die eigentliche Anpassung erfolgt in mehreren Schritten.

4.3.2.1)

Zuerst bewerten wir die Einflüsse der Größen X1...X7. Das geschieht mit einem Paretochart.

4.3.2.2)

Danach wählen wir nach diesen Paretochart, nicht ganz korrekt aber brauchbar, die drei wesentlichsten Einstellgrößen aus. Dies sind die Größen mit den stärksten Einflüssen und diese werden durch die längsten Balken markiert.

4.3.2.3)

Für diese drei Größen versuchen wir einen erweiterten Ansatz:

$$Z1 = a0 + b1 * Xa + b2 * Xb + b3 * Xc + b12 * Xa * Xb + b13 * Xa * Xc + b23 * Xb * Xc$$

Aus Bild 04 entnehmen wir Xa = NMZ Xb = XKT und Xc = WHL

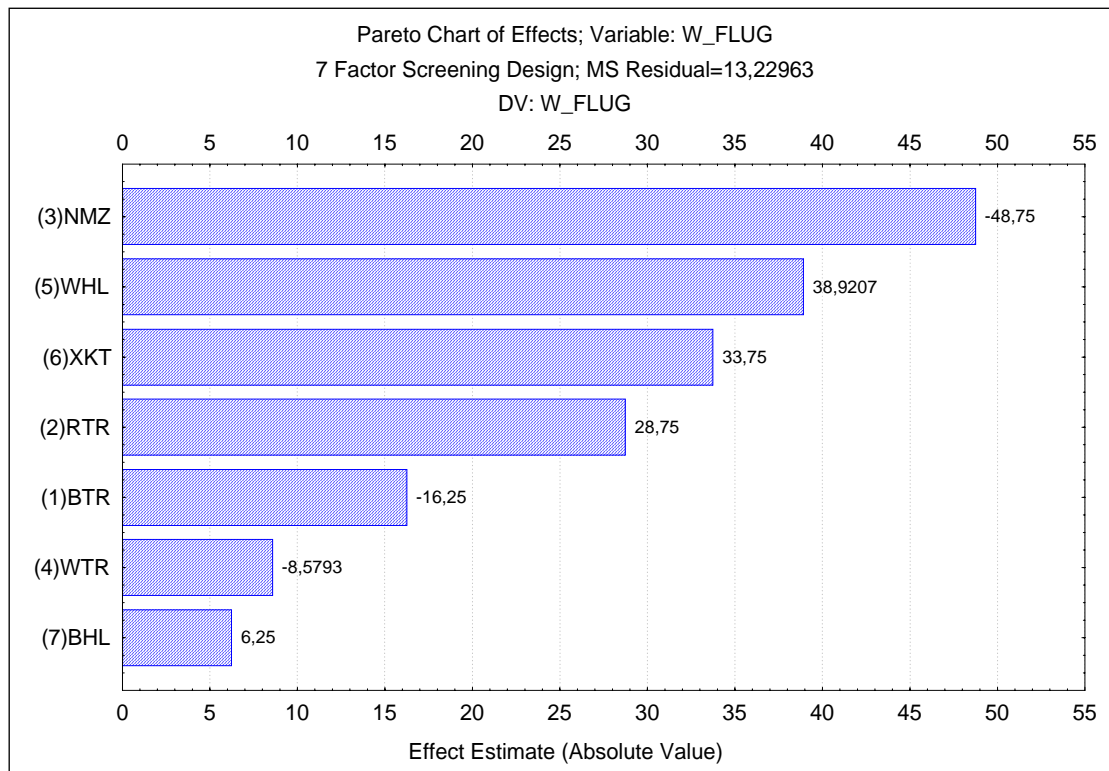
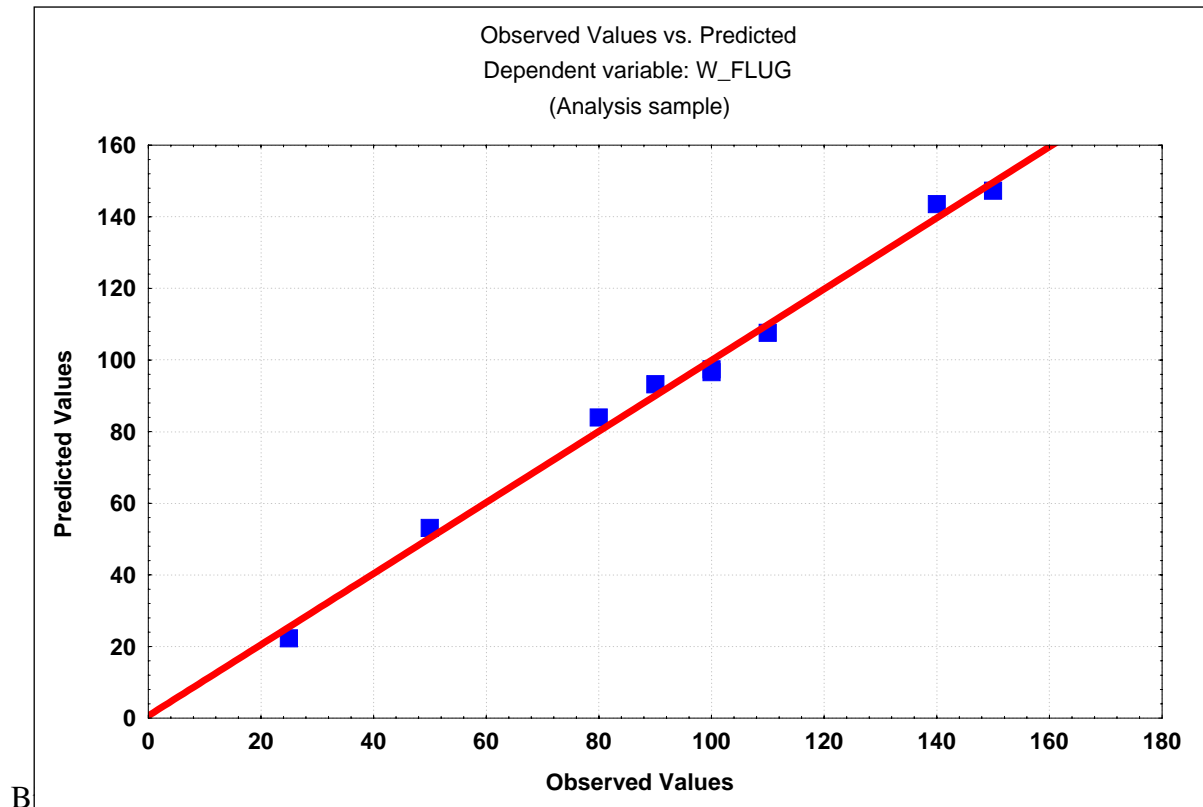


Bild 04

4.3.2.4)

Nach dem Fit müssen solche Ergebnisse immer einer Modelldiagnose unterworfen werden. Hier wollen wir nur einen Relevanztest machen. Dabei tragen wir die beobachteten Werte über den nach dem angepassten Modell berechneten Werten auf.



Wenn hier die Punkte in der Nähe der 45°-Geraden liegen, können wir das Modell erst einmal brauchen.

4.4) Modellanwendung

4.4.1) Optimierung

Liegt ein brauchbares Modell vor, kann es optimiert werden.

Das bedeutet im betrieblichen Alltag: unter welchen Bedingungen kann ein besonders günstiges Ergebnis erzielt werden. Das bedeutet in unserem Beispiel:

Wie muss unser Papierflieger gebaut und gestartet werden, damit er besonders weit fliegt.

Dies Problem löst ein Optimierungsalgorithmus dessen Ergebnisse in einem Profiler dargestellt werden.

Dieser Darstellung entnehmen wir :

Wenn der Flieger möglichst weit fliegen soll (Desirability > 170 cm = 1), dann soll zur Gewichtsverteilung nur 1 Münze eingelegt werden und der Anstellwinkel des Höhenleitwerks auf 10 mm eingestellt werden.

Unter diesen Bedingungen geht die Zugspannung des Katapults nicht besonders ein.

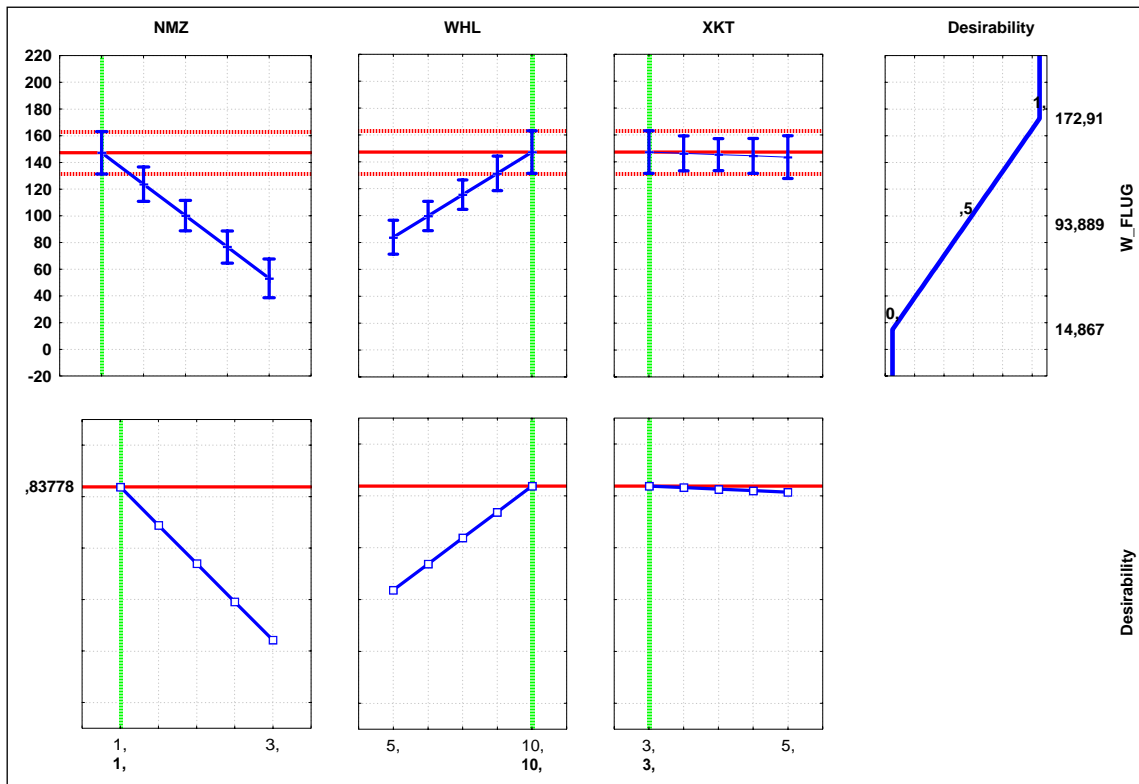


Bild 06

4.4.2) Prognose

Der gleichen Darstellung entnehmen wir (erste Spalte)

Wir dürfen wir eine Flugweite von 130 ... 160 cm erwarten.

4.5) Validierung

Bis hierher haben wir lediglich die vorhandenen Messwerte interpretiert. Ein wesentlicher Punkt fehlt noch. Wir müssen zumindest diese eine Aussage mit weiteren Versuchen validieren.

Dazu bauen wir zum Abschluss noch den optimalen Flieger.

Und ein Test zeigt. Es wurde eine Flugweite von (*) cm erreicht.

Zusammenfassung :

Das hier vorgestellte Beispiel (**Flieger**) lässt sich mit „Bordmitteln“ :

Karton, Bleistift, Lineal, Schere, Klebstoff, Pappkarton und Gummiband realisieren.

Als PC-Unterstützung lässt sich jede beliebige Statistiksoftware einsetzen, die einen DoE-Modul besitzt.

* Hier dürfen Sie das Ergebnis der ONLINE-Validierung eintragen.

Versuchen Sie es mit SAS-JMP!

Erst nachdem Sie alle Versuche geplant, ausgeführt und dokumentiert haben, können Sie ein Prozessmodell entwickeln und optimale Prozessbedingungen finden. Diese müssen dann zuletzt noch validiert werden.

Und noch ein Wort an den Experimentator, der dieses Beispiel selber nachvollziehen will. Es gibt zahlreiche verschiedene Versuchspläne. Dem Referenten sind davon ca. 100 000 bekannt. Nicht alle Versuchspläne liefern identische Ergebnisse. Aber immer werden Sie ein gutes Ergebnis erzielen!