Nutzung von Gibbs-Sampling für die Schätzung fester Effekte und Hypothesenprüfung bei kleinen und unbalancierten Daten – eine Simulationsstudie

Joachim Spilke
Universität Halle-Wittenberg
Landwirtschaftliche Fakultät
06099 Halle
joachim.spilke@landw.uni-halle.de

Norbert Mielenz
Universität Halle-Wittenberg
Landwirtschaftliche Fakultät
06099 Halle
norbert.mielenz@landw.uni-halle.de

Zusammenfassung

Mit dem Ziel einer Verbesserung der Einhaltung des nominalen Risikos 1. Art gegenüber dem frequentistischen Ansatz erfolgt die Nutzung der dem Bayes-Ansatz zuzuordnenden Methode Gibbs-Sampling für Effektschätzung und Hypothesenprüfung bei gemischten Modellen mit kleinen und unbalancierten Daten. Die Simulationsstudie zeigt, dass Gibbs-Sampling wegen größerer Verzerrungen des nominalen Fehlers gegenüber dem frequentistischen Ansatz für die vorliegende Datenstruktur keine zu empfehlende Alternative darstellt.

Schlüsselworte: Gemischte unbalancierte Modelle, Gibbs-Sampling, Hypothesenprüfung, Risiko 1. Art.

1 Einleitung und Problemstellung

Gemischte Modelle spielen bei der Auswertung von biologischen Daten aus Versuchen oder Erhebungen eine große Rolle. Oft ist dabei von einer Unbalanciertheit in dem Sinne auszugehen, dass nicht alle Behandlungseffekte in allen Kombinationen mit der gleichen Häufigkeit auftreten. Die damit verbundene und für jegliche praktische Anwendung folgende Konsequenz besteht darin, dass statistische Tests im Allgemeinen wegen meist unbekannten Varianzkomponenten nicht mehr exakt formulierbar sind (Henderson 1984, p. 83). Für die im Versuchswesen bei Pflanzen und Tieren typischen kleinen Datenumfänge ist als weitere Verzerrungsursache eine Unterschätzung der Schätzfehler fester Effekte bzw. der Schätzfehler von Differenzen fester Effekte bedeutsam (Kackar und Harville 1981; 1984). Wegen der eingangs erwähnten großen Bedeutung ist jedoch das große Interesse an der Reduzierung der angeführten Probleme verständlich. Das gelingt durch den Übergang vom ANOVA - Schätzprinzip zu Likelihood basierten Verfahren (ML bzw. REML) (Searle 1971, p.

418), die Korrektur der Schätzfehler und die Wahl der Freiheitsgradapproximation (Fai und Cornelius 1996; Kenward und Roger, 1997). Allerdings muss auch bei Nutzung der REML-Methode und der Freiheitsgradapproximation nach Kenward und Roger (1997) mit teilweise bedeutsamen Verzerrungen gerechnet werden (Spilke et al. 2005). Auch bei zweckentsprechender Veränderung der Restriktionen an die REML-Schätzer kann zwar eine Reduzierung der Unterschiede zwischen nominalem und empirischem Fehler 1. Art erreicht werden, dennoch werden auch hier für bestimmte Kontraste noch bedeutsame Verzerrungen beobachtet (Spilke et al. 2004).
Die bisher angeführten Ergebnisse bezogen sich auf den klassischen frequentistischen Ansatz. Die hier erzielten teilweise unbefriedigend Ergebnisse fordern zur Suche nach methodischen Alternativen heraus. Eine solche mögliche Alternative stellt die Nutzung des auf einem Bayesschen Ansatz basierenden Gibbs-Sampling zur Erzeugung einer Kette von Zufallsvektoren aus vollständig bedingten Verteilungen dar (Sorensen und Gianola, 2002). Die Realisationen der Kette werden dann zur Gewinnung von Schätzwerten und Signifikanzaussagen verwendet. Diese Methode findet beispielsweise in der Tierzüchtung für Problemstellungen mit großem Datenumfang Anwendung (Reents et al., 1995; Pool et al., 2000).
Abgeleitet aus den mit dem frequentistischen Ansatz gewonnenen Ergebnissen soll daher in dem vorliegenden Beitrag die Wirksamkeit von Gibbs-Sampling bei der Effektschätzung fester Effekte und Hypothesenprüfung über lineare Kontraste dieser Effekte in einer Simulationsstudie geprüft werden. Insbesondere die Untersuchung der Einhaltung des nominalen Fehlers 1. Art ist Hauptgegenstand. Dafür wird der in Proc MIXED (prior statement) sowie in einem eigenen Programm (Proc IML) umgesetzte Gibbs-Sampling-Algorithmus verwendet.

2 Material und Methode

2.1 Simuliertes Modell und Datenstruktur

Die Untersuchung bezieht sich auf eine zweifaktorielle Spaltanlage, der wegen ihrer verbreiteten Nutzung eine besondere Bedeutung zukommt.
Bei einer zweifaktoriellen Spaltanlage werden die Beobachtungen y_{ijk} als Realisationen einer Zufallsvariable $\underline{y}_{ijk}$ angesehen, für die das folgende Modell gilt:

$$\underline{y}_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \underline{bl}_k + \underline{f}_{ik} + \underline{e}_{ijk} \qquad (1)$$

(i=1,..,a; j=1,...,b; k=1,...,r)

mit
$\underline{bl}_k \sim N(0,\sigma^2_{BL}); \underline{f}_{ik} \sim N(0,\sigma^2_{RA}); \underline{e}_{ijk} \sim N(0,\sigma^2_R)$.

Dabei bedeuten:

μ	=	allgemeines Mittel
α_i	=	fester Effekt der i-ten Stufe des Faktors A
$ß_j$	=	fester Effekt der j-ten Stufe des Faktors B
$(\alpha ß)_{ij}$	=	fester Interaktionseffekt der i-ten Stufe des Faktors A und der j-ten Stufe des Faktors B
$\underline{bl}_k$ bzw. bl_k	=	zufälliger bzw. fester Blockeffekt
$\underline{f}_{ik}$	=	zufälliger Grossteilstückfehler
$\underline{e}_{ijk}$	=	zufälliger Resteffekt.

Bei Beachtung praktischer Gegebenheiten wird Modell (1) auch unter der Annahme fester Blockeffekte untersucht. Entsprechend sind drei bzw. zwei Varianzkomponenten zu schätzen.
Es wird die häufig genutzte Datenstruktur a×b×r = 2×3×4 analysiert. Dabei wird der ebenfalls praktisch bedeutsame Fall betrachtet, dass jeweils zwei zufällig ausgewählte Beobachtungen für die Auswertung nicht zur Verfügung stehen. Entsprechend sind 22 Beobachtungen für die Analyse verfügbar.
Um weiterhin einen weiten Bereich möglicher Anwendungen abzudecken, werden die Varianzkomponenten so gewählt, dass sie einem Verhältnis von 1, 0.5 und 0.1 zur Restvarianz entsprechen.
Wichtigstes Bewertungskriterium für den Methodenvergleich ist der Vergleich von nominalem und empirischem Risiko 1. Art.
Die Datensimulation entsprechend (1) bzw. der Modellmodifikation durch Nutzung fester Blockeffekte wurde bei Verwendung des Data Step in der Software SAS (Version 9.1) vorgenommen.

2.2 Untersuchte Kontraste fester Effekte

Für alle festen Effekte im Modell (1) werden Werte von Null und entsprechend die Gültigkeit der Nullhypothese vorgegeben.
Wir untersuchen die Kontraste mit den folgenden Modelleffekten:

$$\mu_{1.} - \mu_{2.} = \alpha_1 - \alpha_2 + \frac{1}{b}\left(\sum_{j=1}^{b}(\alpha\beta)_{1j} - \sum_{j=1}^{b}(\alpha\beta)_{2j}\right) \tag{2}$$

$$\mu_{.1} - \mu_{.2} = \beta_1 - \beta_2 + \frac{1}{a}\left(\sum_{i=1}^{a}(\alpha\beta)_{i1} - \sum_{i=1}^{a}(\alpha\beta)_{i2}\right) \tag{3}$$

$$\mu_{11} - \mu_{22} = \alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_2 + (\alpha\beta)_{11} - (\alpha\beta)_{22} \tag{4}$$

Die Zusammensetzung der untersuchten Kontraste ergibt sich entsprechend Modell (1).

2.3 Gibbs-Sampling Algorithmus zur Analyse des gemischten Modells

Für den Vektor $\beta = (\mu, \alpha_1, ..., \alpha_a, \beta_1, ..., \beta_b, (\alpha\beta)_{11}, ..., (\alpha\beta)_{ab})'$ der fixen Modelleffekte und für die Varianzkomponenten $\sigma_1^2 = \sigma_{BL}^2$; $\sigma_2^2 = \sigma_{RA}^2$ und $\sigma_3^2 = \sigma_R^2$ in Modell (1) bei zufälligen Blockeffekten bzw. $\sigma_2^2 = \sigma_{RA}^2$ und $\sigma_3^2 = \sigma_R^2$ bei festen Blockeffekten wurden die folgenden „prior"- Verteilungen unterstellt (Sorensen und Gianola, 2002):

$$p(\beta) \propto \text{const}$$

$$p(\sigma_i^2 | \nu_i, S_i^2) \propto \left(\sigma_i^2\right)^{-\left(\frac{\nu_i}{2}+1\right)} \exp\left(-\frac{\nu_i S_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \tag{5}$$

Setzt man in Darstellung (5)

$$\tilde{\alpha}_i = \frac{\nu_i}{2} \qquad \text{und} \qquad \tilde{\beta}_i = \frac{\nu_i \cdot S_i^2}{2} \tag{6}$$

so ergibt sich, dass die Varianzen einer inversen Gammaverteilung $IG(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\beta}_i)$ genügen. Die zugehörige Normierungskonstante C_i, also das Integral über $p(\sigma_i^2 | \tilde{\alpha}_i, \tilde{\beta}_i)$ existiert, falls die Parameter $(\tilde{\alpha}_i - 1)$ und $\tilde{\beta}_i$ positiv sind. Vorgaben für ν_i und S_i^2, welche die Existenz der zugehörigen Normierungskonstante sichern, werden als „proper prior" bezeichnet. Der minimale „proper prior" ergibt sich also, indem ν_i gleich Drei und S_i^2 positiv gewählt wird. Setzt man $\nu_i = -2$ und $S_i^2 = 0$, so ergeben sich für die Varianzen analog zu den „prior"-Dichten der fixen Effekte

„improper flat prior", also uniforme Gleichverteilungen. Für eine invers gammaverteilte Zufallsgröße *Y* gilt bei Beachtung von (6):

$$E(Y) = \frac{\tilde{\beta}_i}{\tilde{\alpha}_i - 1} = \frac{\nu_i \cdot S_i^2}{(\nu_i - 2)} \; ; \quad Var(Y) = \frac{\tilde{\beta}_i^2}{(\tilde{\alpha}_i - 1)^2 (\tilde{\alpha}_i - 2)} = \frac{2 \cdot \nu_i^2 \cdot S_i^4}{(\nu_i - 2)^2 (\nu_i - 4)} \qquad (7)$$

Die „prior"-Verteilungen besitzen also für $\nu_i > 2$ endliche Erwartungswerte und für $\nu_i > 4$ endliche Varianzen. Aus Darstellung (7) folgt weiterhin, dass die Varianz der a-priori-Verteilung für $\nu_i = 5$ am größten wird und für wachsendes ν_i gegen Null strebt. Die a-priori-Dichtefunktionen der Varianzen hängen jeweils von den Parametern ν_i und S_i^2 ab, welche die Gestalt der zugehörigen Dichten (geplottet als Funktion der Varianzen) beeinflussen. Wegen (7) werden die ν_i auch als „degree of belief" der a-priori-Dichten bezeichnet, während die S_i^2 als „prior" für die entsprechenden Varianzen angesehen werden können.

Für die Implementierung der Gibbs Sampling-Methode werden bedingte Dichtefunktionen, gebildet nach dem Satz von Bayes, benötigt. Bezeichne $\theta = (\beta, u)'$ den Vektor der fixen und zufälligen Modelleffekte und $v = (\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2)'$ (bzw. $v = (\sigma_2^2, \sigma_3^2)'$ bei festen Blockeffekten) den Vektor der Varianzkomponenten in Modell (1). Sei weiter $\tilde{\theta}$ eine Lösung der Mixed Modell Gleichungen $C\tilde{\theta} = r$ (Henderson, 1963). Dann besitzen die bedingten a-posteriori-Dichtefunktionen für den auf die festen und zufälligen Effekte bezogenen blockweisen Gibbs-Sampling-Algorithmus die Darstellung (Sorensen und Gianola, 2002):

$$\theta | v, y \sim N(\tilde{\theta}, C^{-1}) \qquad \text{und} \qquad \sigma_{u_i}^2 | \theta, v_{-i}, y \sim IG(a_i, b_i) \qquad (8)$$

Hierbei steht *IG* für eine inverse Gammaverteilung mit den Parametern:

$$a_i = \frac{q_i + \nu_i}{2} \; ; \; b_i = \frac{u_i' G_i u_i + \nu_i S_i^2}{2} \qquad \text{und} \qquad Var(u_i) = G_i \cdot \sigma_{u_i}^2 \qquad (9)$$

Da die zufälligen Effekte innerhalb eines Faktors in Modell (1) als unkorrelliert vorausgesetzt werden, entsprechen die G_i Einheitsmatrizen. Die skalaren Größen q_i bezeichnen die Anzahl Stufen eines Faktors und entsprechen im Fall der Restvarianz der Dimension des Beobachtungsvektors. Der Ausdruck $\nu_i^* = q_i + \nu_i$ wird als „degree of belief" der a-posteriori-Dichte bezeichnet. Unter der Annahme $q_i + \nu_i - 2 > 0$ lässt sich die zugehörige Dichte auf das Intervall (0,1) normieren. Folglich müssen „improper prior" nicht zwangsläufig improper a-posterior-Verteilungen nach sich ziehen (Dongchu et al., 2001). Das Verhältnis $k_i = \nu_i/(q_i + \nu_i)$ der „degree of belief" von a-priori- zu a-posteriori-Verteilungen multipliziert mit 100% wird nachfolgend als Parametervorgabe mit $(k_i \cdot 100\%) -$ Glaubwürdigkeit bezeichnet. Sei beispielweise $q_i = 22$ und $k_i = 0.1$, dann ergibt sich $\nu_i = q_i \cdot k_i/(1-k_i) = 2.4$ als zugehöriger Vorgabewert bei 10% Glaubwürdigkeit.

2.4 Untersuchte Varianten der a-priori Parameter

Die a-priori und a-posteriori-Verteilungen der Varianzkomponenten hängen von den Parametern ν_i und S_i^2 ab. Die in Tabelle 1 zusammengestellten Varianten für ν_i und S_i^2 wurden bei der Simulation berücksichtigt (vgl. Blasco et al., 1998; Lin und Berger, 2001).

Tabelle 1: Varianten der Parameter für die inverse Gamma-Verteilung der Varianzkomponenten und deren Bezeichnungen

Parameter	$\nu_1(\sigma^2_{BL})$	$\nu_2(\sigma^2_{RA})$	$\nu_3(\sigma^2_R)$	$S_1^2(\sigma^2_{BL})$	$S_2^2(\sigma^2_{RA})$	$S_3^2(\sigma^2_R)$
flat	-2.0	-2.0	-2.0	0.0	0.0	0.0
schwach pos	3.0	3.0	3.0	0.0001	0.0001	0.0001
k=0.1	0.4	0.9	2.4	0.0001	0.0001	0.0001
k=0.33	2.0	4.0	11.0	0.0001	0.0001	0.0001
k=0.1 - par	0.4	0.9	2.4	entsprechend der Parameter der jeweiligen Simulationsvariante		
k=0.33 - par	2.0	4.0	11.0			

Weiterhin wurde der in Proc MIXED umgesetzte Gibbs-Sampling Algorithmus, basierend auf den a-priori Parametern nach Jeffrey, in die Untersuchungen einbezogen. Die gewonnenen Ergebnisse basieren für den mit Proc IML programmierten Gibbs-Sampling Algorithmus auf 5000 Simulationen je Variante. Je Simulation wurden 5 Ketten mit je 5000 Iterationen erzeugt, wobei jedoch nur die Iterationen >1000 in die Auswertung einbezogen wurden. Als Startwerte der Varianzkomponenten für die Iterationen werden die REML-Schätzer aus Proc Mixed genutzt. Die Ketten innerhalb einer Simulation unterscheiden sich durch zufällig erzeugte Startwerte der Zufallsgeneratoren für den Sampling-Prozess. Die gewonnen Ergebnisse je Simulationslauf für die Varianzkomponenten und festen Effekte ergeben sich somit aus den Werten von 5∗4000 Iterationen.

Für den Gibbs-Sampling-Algorithmus in Proc Mixed wurden 10000 Simulationsläufe vorgenommen. Je Simulationslauf wurden 10000 Iterationen angewiesen.
Die nachfolgend dargestellten Ergebnisse der Varianzkomponenten resultieren entsprechend aus den Mittelwerten der 5000 bzw. 10000 Simulationsläufe. Die Signifikanzaussagen wurden aus den empirischen Häufigkeitsverteilungen der beobachteten Effektdifferenzen abgeleitet. Dabei wurde die Nullhypothese angenommen, falls das mittlere 95%-Intervall die Null einschloss, andernfalls wurde auf Annahme der Alternativhypothese erkannt.

3 Ergebnisse der Untersuchungen

Die Ergebnisdarstellung beschränkt sich auf die geschätzten Varianzkomponenten und Signifikanzaussagen für die in Abschnitt 2.2 dargestellten Kontraste. Auf eine Darstellung der mittleren Kontrastschätzung wird verzichtet, da hier durchgehend erwartungstreue Schätzungen beobachtet werden konnten.
Für die mit Gibbs-Sampling gewonnenen Varianzkomponenten werden teilweise erhebliche Verzerrungen beobachtet (Tabelle 2). Die Verzerrungen sind gegenüber den mit der REML-Methode gewonnenen Schätzwerten deutlich stärker ausgeprägt. Das betrifft insbesondere die Blockvarianz (σ^2_{BL}) und Großteilstückvarianz (σ^2_{RA}). Erwartungsgemäß haben die Verzerrungen der Varianzkomponenten erhebliche Auswirkungen auf die Einhaltung des nominalen Fehlers 1. Art (Tabelle 3). So ergeben sich sowohl deutliche Über- als auch Unterschreitungen des nominalen Fehlers für alle untersuchten Varianten. Lediglich für das Varianzverhältnis 1:1 bzw. 1.1:1 kann bei der Variante k=0.33-par eine akzeptable Einhaltung beobachtet werden. Praktisch kann das jedoch nicht ausgenutzt werden, da die für diese Variante nötigen Parameter nicht verfügbar sind.

Tabelle 2: Bias (%) der geschätzten Varianzkomponenten

	Auswertungsmethode		**Block fix**			**Block zufällig**		
			Verhältnis der Varianzkomponenten					
Varianz			**1:1**	**0.5:1**	**0.1:1**	**1:1:1**	**0.5:0.5:1**	**0.1:0.1:1**
$\hat{\sigma}^2_{BL}$	REML (PROC Mixed)*		-	-	-	10.7	14.1	45.6
	REML (PROC IML)**		-	-	-	-2.4	-2.9	-4.2
	GIBBS (PROC MIXED)	Jeffrey	-	-	-	764	1819	461
	GIBBS (PROC IML)	flat prior	-	-	-	1143	2140	9940
		schwach pos	-	-	-	63	222	1302
		k = 0.1	-	-	-	59	174	1065
		k = 0.33	-	-	-	8.1	82	652
		k = 0.1 - par	-	-	-	111	227	1119
		k = 0.33 - par	-	-	-	3.3	79	653
$\hat{\sigma}^2_{RA}$	REML (PROC Mixed)*		4.8	11.4	113.8	-7.9	-5.9	40.3
	REML (PROC IML)**		1.4	1.8	1.1	2.8	2.9	4.0
	GIBBS (PROC MIXED)	Jeffrey	414	552	1720	254	317	754
	GIBBS (PROC IML)	flat prior	88	250	1539	86	233	1329
		schwach pos	32	143	1030	17	134	928
		k = 0.1	-8.9	55.4	614	-0.15	109	811
		k = 0.33	-13.3	57	61	-10.1	56	564
		k = 0.1 - par	3.7	202	982	113	199	897
		k = 0.33 - par	1.5	72	630	4.1	69	578
$\hat{\sigma}^2_{R}$	REML (PROC Mixed)*		-2.6	-4.1	-7.2	-1.7	-3.4	-8.3
	REML (PROC IML)**		-0.7	-0.8	-1.3	1.8	1.0	0.2
	GIBBS (PROC MIXED)	Jeffrey	112	8.3	3.2	9.8	3.6	-6.7
	GIBBS (PROC IML)	flat prior	20	19	18	21	20	18
		schwach pos	12	11	10	11	11	10
		k = 0.1	4.1	2.6	1.0	3.8	2.6	1.3
		k = 0.33	-17	-18	-19	-16	-17	-19
		k = 0.1 - par	5.1	3.6	2.5	7.3	4.3	2.1
		k = 0.33 - par	1.7	1.0	0.1	2.4	1.2	0.4

* Spilke et al.(2005), ** Spilke et al.(2004)

Tabelle 3: Empirisches statistisches Risiko 1. Art für eine Spaltanlage 2×3×4 (zwei fehlende Beobachtungen, nominal $\alpha = 0.05$)

	Auswertungsmethode		Block fix			Block zufällig		
			Verhältnis der Varianzkomponenten					
Kontrast			**1:1**	**0.5:1**	**0.1:1**	**1:1:1**	**0.5:0.5:1**	**0.1:0.1:1**
$\hat{\mu}_{1.} - \hat{\mu}_{2.}$	REML (PROC Mixed)*		0.0590	0.0546	0.0417	0.0608	0.0606	0.0460
	REML (PROC IML)**		0.0414	0.0397	0.0321	0.0400	0.0365	0.0332
	GIBBS (PROC MIXED)	Jeffrey	0.0175	0.0105	0.0033	0.0598	0.0474	0.0339
	GIBBS (PROC IML)	flat prior	0.0110	0.0016	0	0.0116	0.0300	0.0178
		schwach pos	0.0274	0.0078	0.0004	0.0080	0.0080	0.0002
		k = 0.1	0.0650	0.0230	0.0016	0.0372	0.0118	0.0008
		k = 0.33	0.0722	0.0292	0.0036	0.0642	0.0300	0.0046
		k = 0.1 - par	0.0474	0.0128	0.0006	0.0394	0.0134	0.0008
		k = 0.33 - par	0.0508	0.0196	0.0014	0.0460	0.0214	0.0034
$\hat{\mu}_{.1} - \hat{\mu}_{.2}$	REML (PROC Mixed)*		0.0520	0.0532	0.0554	0.0506	0.0528	0.0586
	REML (PROC IML)**		0.0514	0.0520	0.0534	0.0522	0.0523	0.0562
	GIBBS (PROC MIXED)	Jeffrey	0.0574	0.0603	0.0643	0.0775	0.0859	0.0974
	GIBBS (PROC IML)	flat prior	0.0300	0.0300	0.0294	0.0300	0.0304	0.0320
		schwach pos	0.0360	0.0364	0.0370	0.0362	0.0362	0.0374
		k = 0.1	0.0454	0.0462	0.0458	0.0428	0.0436	0.0452
		k = 0.33	0.0730	0.0738	0.0750	0.0712	0.0714	0.0724
		k = 0.1 - par	0.0434	0.0450	0.0454	0.0408	0.0420	0.0442
		k = 0.33 - par	0.0480	0.0486	0.0482	0.0484	0.047	0.0478
$\hat{\mu}_{11} - \hat{\mu}_{22}$	REML (PROC Mixed)*		0.0514	0.0482	0.0410	0.0538	0.0510	0.0527
	REML (PROC IML)**		0.0534	0.0527	0.0499	0.0513	0.0493	0.0510
	GIBBS (PROC MIXED)	Jeffrey	0.0214	0.0163	0.0145	0.0559	0.0549	0.0596
	GIBBS (PROC IML)	flat prior	0.0138	0.0064	0.0022	0.0178	0.0094	0.0040
		schwach pos	0.0280	0.0144	0.0050	0.0176	0.0176	0.0080
		k = 0.1	0.0534	0.0316	0.0154	0.0400	0.0240	0.0118
		k = 0.33	0.0676	0.0426	0.0250	0.0694	0.0472	0.0262
		k = 0.1 - par	0.0434	0.0216	0.0084	0.0414	0.0244	0.0118
		k = 0.33 - par	0.0462	0.0290	0.0158	0.0494	0.0332	0.0186

* Spilke et al.(2005) ** Spilke et al.(2004)

4 Schlussfolgerungen für die Versuchspraxis

Die dargestellten Ergebnisse zeigen, dass die Nutzung von Gibbs-Sampling für unbalancierte gemischte lineare Modelle keine zu empfehlende Methode darstellt. Die Verzerrungen des nominalen Fehlers 1. Art sind wesentlich ausgeprägter, als das für den frequentistischen Ansatz zu beobachten war. Dabei treten zwar für die unterschiedlichen Vorgehensweisen bei der Festlegung der a-priori-Verteilungen deutlichen Unterschiede auf, ohne jedoch zu einer durchgehend besseren Einhaltung des nominale Fehlers 1. Art zu führen. Diese Aussagen müssen jedoch auf Anwendungen der untersuchten Problemklasse – kleine unbalancierte Datenstrukturen – begrenzt werden.
Es ist denkbar, dass bei weiterer Modifikation der a-priori-Varianten aus Tabelle 1 eine geringere Verzerrung für die Varianzkomponenten und bessere Einhaltung des nominalen Fehlers erreicht werden kann. Eine derartige Vorgehensweise ist jedoch für praktische Problemstellungen nicht anwendbar.

Literatur

[1] Blasco, A., Sorensen, D., Bidanel, J.P. (1998): Bayesian inference of genetic parameters and selection response for litter size components in pigs. Genetics 149, 301-306.

[2] Dongchu, S.; Tsutakawa, R.K.; Zhuoqiong, H. (2001): Propriety of posteriors with improper priors in hierarchical linear mixed models. Statistica Sinica 11, 77-95.

[3] Fai, A.H.T., Cornelius, P.L. (1996): Approximate F-Tests of multiple degree of freedom hypotheses in generalized least squares analyses of unbalanced split-plot experiments. Journal of Statistical Computation and Simulation, 54, 363-378.

[4] Henderson, C.R. (1963): Selection index and expected genetic advance. Statistical Genetic and Plant Breeding. NAS-NRC Publ. No. 982, 141-163.

[5] Henderson, C.R. (1984): Application of linear models in animal breeding. Guelph: University of Guelph.

[6] Kackar, A.N., Harville, D.A. (1981): Unbiasedness of two-stage estimation and precision procedures for mixed linear models. Communications in Statistics, Series A 10, 1249-1261.

[7] Kackar, A.N., Harville, D.A. (1984): Approximation for standard errors of estimators of fixed and random effects in mixed linear models. Journal of the American Statistical Association, 79, 853-861.

[8] Kenward, M.G., Roger, J.H. (1997): Small Sample Inference for fixed effects from restricted maximum likelihood. Biometrics, 53, 983-997.

[9] Lin, E.C., Berger, P.J. (2001): Comparison of (co)variance component estimates in control populations of red flour beetle (tribolium castaneum) using restricted maximum likelihodd and Gibbs sampling. Journal of Animal Breeding and Genetics, 118, 21-36.

[10] Pool, M.H., Janss, L.L.G., Meuwissen, T.H.E. (2000): Genetic parameters of legendre polynomials for first parity lactation curves. Journal of Dairy Science 83, 2640-2649.

[11] Reents, R., Jamrozik, J., Schaeffer, L.R., Dekkers, J.C.M. (1995): Estimation of genetic parameters for test day records of somatic cell score. Journal of Dairy Science. 78, 2847-2857.

[12] Searle, S.R. (1971): Linear models. New York: Wiley.

[13] Sorensen, D., Gianola, D. (2002): Likelihood, Bayesian and MCMC methods in quantitative genetics. Springer New York.

[14] Spilke, J., Piepho, H.-P., Mielenz, N., Hu, X. (2004): Einhaltung des statistischen Risikos 1. Art in unbalancierten gemischten Modellen bei unterschiedlichen Restriktionen der REML-Schätzer und Berechnung deren Schätzfehler. In: D. Beyer, C. Ortseifen (Hrsg.): Proceedings der 8. KSFE Schmalkalden. Shaker-Verlag.

[15] Spilke, J., Piepho, H.-P., Hu, X. (2005): A simulation study on tests of hypotheses for fixed effects in mixed models for blocked experiments with missing data. Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics (im Druck).